

## ESTUDO DA DINÂMICA DE SISTEMAS NÃO LINEARES DESCRITOS POR MODELOS MATEMÁTICOS

Guilherme Francisco Comassetto<sup>1</sup>, David William Cordeiro Marcondes<sup>2</sup>, Holokx Abreu de Albuquerque<sup>3</sup>

<sup>1</sup> Acadêmico do Curso de Engenharia Elétrica – CCT – bolsista de iniciação científica PROBIC/UDESC.

<sup>2</sup> Acadêmico do Curso de Mestrado em Física – CCT.

<sup>3</sup> Orientador, Departamento de Física – CCT – [holokx.albuquerque@udesc.br](mailto:holokx.albuquerque@udesc.br)

Palavras-chave: Sistema regulador de Watt. Caos experimental. Dinâmica não linear.

Com a ascensão das máquinas a vapor no final da década de XVIII, possuir o controle do fluxo de vapor que movimentava as máquinas de forma automatizada, sem que houvesse interferência contínua do homem, foi um fator decisivo para a industrialização daquela época [1]. Para atender este fim, em 1788 o cientista inglês James Watt projetou o primeiro regulador centrífugo, mais tarde conhecido como Regulador de Watt.

James Watt desenvolveu um dispositivo mecânico que envolve duas hastes com esferas, com massa conhecida, ligadas a um eixo central conectado à tubulação de vapor no qual movimentava engrenagens em que a rotação da haste central controla a quantidade de vapor que alimenta a máquina. Contudo, conforme os anos passaram alguns problemas quanto à estabilidade do regulador foram observados, um dos fatores que levou seu abandono. Recentemente, esse dispositivo tem sido alvo de estudos em Dinâmica não linear por apresentar caos para determinados valores de parâmetros.

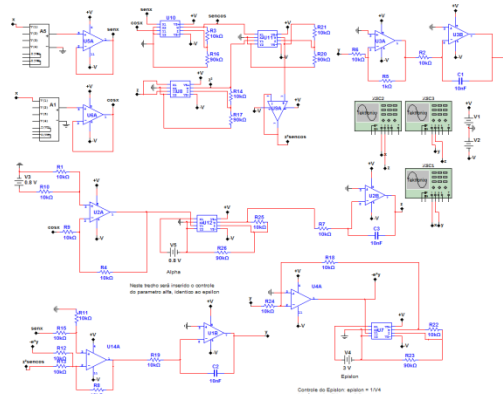
Aplicando as leis de Newton ao sistema regulador de Watt, obtém-se um grupo de equações diferenciais não lineares acopladas que descrevem o comportamento do sistema [2]. Com o intuito de generalizar o estudo dinâmico do sistema para um grupo de parâmetros quaisquer, efetua-se uma transformação linear para se obter um novo sistema de equações diferenciais acopladas, não lineares e adimensionais, listadas abaixo:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= y, \\ \dot{y} &= z^2 \cos(x) \sin(x) - \sin(x) - \varepsilon y, \\ \dot{z} &= \alpha(\cos(x) - \beta),\end{aligned}\quad (1)$$

para os termos  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\varepsilon$  são parâmetros dos sistemas dos quais desejamos controlar.

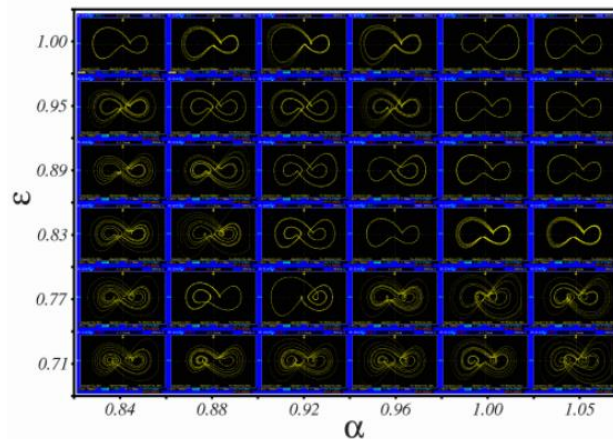
Pode-se construir um circuito eletrônico tal que, quando aplicadas as leis de Kirchoff sobre o mesmo, obtemos as equações da mesma forma que as Equações (1), dizemos que o circuito em questão é o computador analógico para o sistema de interesse [3]. Usando topologias conhecidas de amplificadores operacionais, construímos o computador analógico para as Equações (1), em seguida realizamos uma simulação computacional para este circuito usando o software MULTISIM. Após estudo dos componentes a serem utilizados e de confecção da placa de circuito impresso através do software CAD EAGLE, ver figura 1, analisamos o circuito

experimental através da placa de aquisição de dados DAQ BNC 2090A, fabricada pela National Instruments.



**Fig. 1** Esquema elétrico do regulador de Watt.

Com o circuito impresso já montado, utilizamos um potenciômetro para fixar o valor do parâmetro  $\beta=0.80$ , variamos  $\alpha$  e  $\varepsilon$  com um algoritmo escrito em linguagem Python, responsável por fazer o controle da placa de aquisição de dados. Para cada passo dado nos parâmetros  $\alpha$  e  $\varepsilon$ , é salvo um arquivo 'txt' com a série temporal das tensões correspondentes as variáveis X, Y e Z medidas no computador analógico, sendo possível reconstruir os atratores experimentais conforme a figura 2.



**Fig. 2** Projeções do espaço de fase experimental XY para diversos parâmetros.

Referências Bibliográficas:

- [1] Klooster, John W. "Icons of invention: the makers of the modern world from Gutenberg to Gates. Icons of invention" ABC-CLIO (2009).
- [2] Vieira, J. C. "Estudo numérico das bifurcações do sistema regulador de watt" dissertação (Mestrado) - UDESC, (2011).
- [3] Ditto, W., Munakata, T.: Principles and applications of chaotic systems. Commun. ACM38, (1995).