

Função integrável: um estudo além da continuidade

Elisandra Bar de Figueiredo¹, Luis Gustavo Longen², Ivanete Zuchi Siple³, Francielle Kuerten Boeing⁴

Palavras-chave: Integral de Riemann, Continuidade, Funções Limitadas.

No curso de Cálculo Diferencial e Integral, ao se apresentar o conceito de funções Riemann integráveis, em geral se supõe que a função seja contínua. Porém, o conceito de integração e de função integrável vai além da continuidade, já que, ainda durante esse curso, são feitas integrações de funções descontínuas, sem se questionar se tal integração de fato faz sentido. Como condição necessária para que uma função seja integrável em um intervalo temos que essa deve ser limitada nesse intervalo. Para condição suficiente, sabe-se dos cursos de cálculo, apesar da falta de demonstração, que basta a continuidade. Temos então uma relação inicial de condições para integração em um intervalo: Se uma função é contínua em $[a, b]$, então é integrável, logo, limitada em $[a, b]$. Nosso objetivo é encontrar uma condição que seja ao mesmo tempo necessária e suficiente para integração. Assim, tomamos as funções que são limitadas, mas descontínuas para verificar quais são integráveis. Foram provadas a integrabilidade de funções com uma, finitas e, por fim infinitas descontinuidades enumeráveis. Por fim, vendo que essa última condição é suficiente, mas ainda não necessária, introduzimos o conceito de medida para concluir que uma função é Riemann Integrável se, e somente se, o conjunto de suas descontinuidades tem medida nula.

¹ Orientador, Professor do Departamento de Matemática – CCT-UDESC – dma2ebf@joinville.udesc.br,

² Acadêmico do Curso de Licenciatura em Matemática – CCT-UDESC, bolsista voluntário de iniciação científica PIVIC/UDESC

³ Professor Participante do Departamento de Matemática – CCT-UDESC.

⁴ Acadêmica do Curso de Licenciatura em Matemática – CCT-UDESC, bolsista voluntária de iniciação científica PIVIC/UDESC.